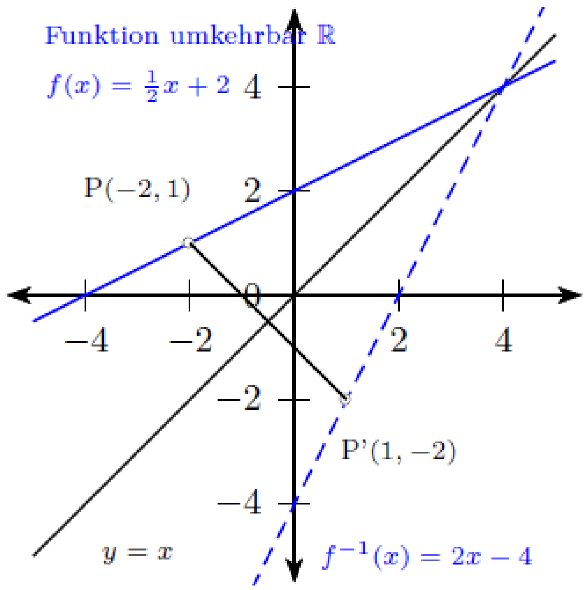
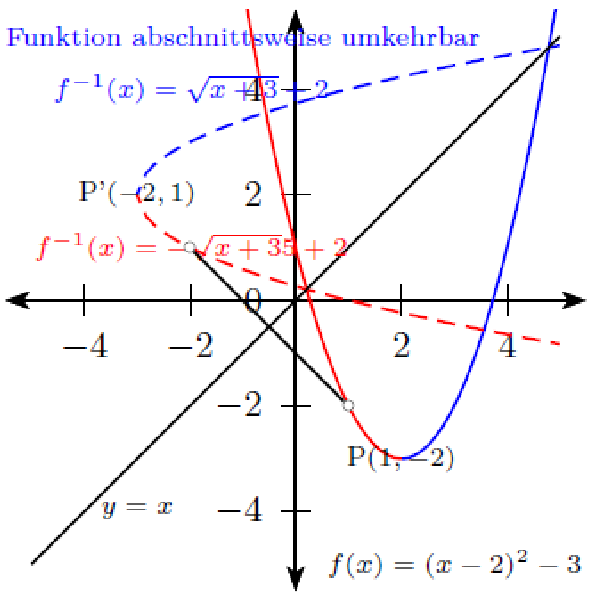
Umkehrfunktionen

Was sind Umkehrfunktionen?





Definition der Umkehrfunktion

- Jedem Element y aus der Wertemenge W wird genau ein Element x aus der Definitionsmenge D zugeordnet.
- y - unabhängige Variable x - abhängige Variable
- Funktionen sind umkehrbar,

- wenn die Graphen der Funktion im Definitionsbereich streng monoton steigen oder streng monoton fallen.
- wenn jede Parallele zur x-Achse den Graphen der Funktion höchstens einmal schneidet.

- $\mathbb{D}^{-1} = \mathbb{W} \qquad \mathbb{W}^{-1} = \mathbb{D}$

Beispiel

Prüfungsaufgaben zu Umkehrfunktionen

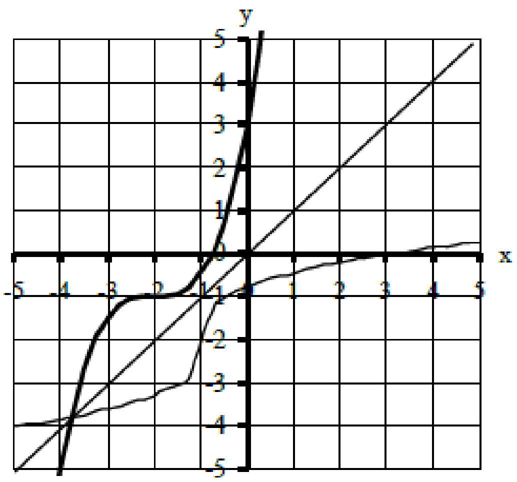
Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^3 - 1$

a) Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$. (3)

b) Skizziere die Schaubilder von f und f^{-1} in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-4 \le x, y \le 4$ und 1 LE = 2 cm. (5)

Lösung

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2(x+1)} - 2$



Bilden Sie die Funktionsgleichung der jeweilige Umkehrfunktion

a) $f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^3+1$

b) $f(x)=3(x+2)^5-6$

c) $f(x)=\frac{1}{4}(x+2)^{-1}$

d) $f(x)=3(x-1)^{-3}+2$

e) $f(x)=2\sqrt[3]{x+3}-1$

f) $f(x)=\sqrt[5]{\frac{x}{3}}-2$

g) $f(x)=e^{2x}-5$

h) $f(x)=\frac{1}{3}e^{-x}$

i) $f(x)=e^{2x+3}-\frac{1}{2}$

j) $f(x)=2\left(e^{\frac{x}{3}-4}-4\right)^3-1$

Zeichnen Sie mit Hilfe der Schaubilder die jeweilige Umkehrfunktion