

Voraussetzung für die Existenz einer Inversen

Nur quadratische Matrizen können eine Inverse besitzen. Jedoch existiert nicht für jede quadratische Matrix eine Inverse.

Eine quadratische Matrix A ist genau dann invertierbar, wenn gilt: $\det(A) \neq 0$.

Zu Matrizen, in denen Zeilen oder Spalten linear abhängig sind, deren Determinante also 0 beträgt, gibt es keine inverse Matrix.

Reguläre Matrizen



Eine quadratische Matrix A , deren Inverse A^{-1} existiert, heißt **regulär**.

Singuläre Matrizen



Eine quadratische Matrix A , deren Inverse A^{-1} nicht existiert, heißt **singulär**.

Allgemeine Formel für die adjungierte (Adjunkte) Matrix

Für eine quadratische Matrix

$$A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

ist die **adjungierte Matrix** definiert als

$$\text{adj}(A) = (C_{ji})$$

also die **transponierte Kofaktormatrix**.

Frage: Woran erkennen wir, dass C_{ji} eine transponierte Kofaktor-Matrix von A_{ij}

Schritte zur Berechnung**1. Minor M_{ij}**

Streiche in A die i -te Zeile und j -te Spalte.

Die Determinante der verbleibenden Matrix ist der Minor M_{ij} .

2. Kofaktor C_{ij}

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$$

3. Adjunkte bilden

$$\text{adj}(A) = (C_{ij})^T$$

Allgemein gilt:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A) \quad \text{falls } \det(A) \neq 0$$

Determinante einer 2x2 Matrix berechnen

Gegeben sei die Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

dann lautet die Determinante:

$$\det A = |A| = (a \cdot d) - (b \cdot c)$$

Bestimmen Sie die inverse Matrix folgenden Matrizen

Aufgabe 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5

$$E = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$