

Ökonomische Funktionen im Monopol bei linearer Kostenfunktion

© Dr.-Ing Heinz Juniel 2025

(überarbeitet und mit freundlicher Genehmigung von Herrn Frank Mergenthal)

x	Ausbringungs- menge	„was über die Theke geht“	in ME	
$p(x) = mx + b$	Preis (Preisabsatz- funktion)	„wie du den Preis ansetzen musst, um x ME zu verkaufen“	in $\frac{GE}{ME}$	z.B. $p(x) = -10x + 120$, wenn $120 \frac{GE}{ME}$ der Prohibitivpreis ist und bei jeder Preisreduzierung um $10 \frac{GE}{ME}$ eine ME mehr verkauft werden kann.
$E(x) = p(x) \cdot x$	Erlös	„was in die Kasse rein- kommt“	in GE	z.B. $E(x) = -10x^2 + 120x$,
$K(x) = k_v \cdot x + K_f$	Kosten	„was aus der Kasse rausgeht“	in GE	z.B. $K(x) = 30x + 140$, wenn die Produktion einer ME für 30 GE/ME kostet und die Fixkosten 140 GE betragen.
$G(x) = E(x) - K(x)$ $= p \cdot x - (k_v \cdot x + K_f)$	Gewinn (bei negativen Werten spricht man von Verlust)	„was mehr in der Kasse ist als vorher“	in GE	z.B. $G(x) = E(x) - K(x)$ $= -10x^2 + 120x - (30x + 140)$ $= -10x^2 + 90x - 140$

Merksatz:

„ x “ – also die Stelle auf der x-Achse – erkennen Sie immer daran, dass es eine **Menge** ist

(„ME“, „wie viel ...“). ME steht für Mengeneinheiten

$E(x)$, $K(x)$, $G(x)$ sind dagegen in GE angegeben. („GE“, Geldeinheiten z.B. Euro, aber auch 1.000 Euro oder 1.000.000 Euro kann eine „GE“ sein)

Beispielrechnung: $G(x) = E(x) - K(x) = -10x^2 + 90x - 140$ (siehe Beispiel Seite 1)

Für eine konkrete Menge $x=10$ ergibt sich:

$$G(10) = E(10) - K(10) = -40 \rightarrow \text{Verlust von 40 GE}$$

Bedeutung im Sachzusammenhang:

Wenn 10 ME produziert und verkauft werden, ergibt sich einen Verlust in Höhe von 40 GE, d.h. die Gewinnschwelle ist noch nicht erreicht worden. Dazu später.

Wir erkennen jedoch sofort, dass

$$G(0) = E(0) - K(0) = -140 \rightarrow \text{Verlust von 140 GE wenn nichts verkauft wird.}$$

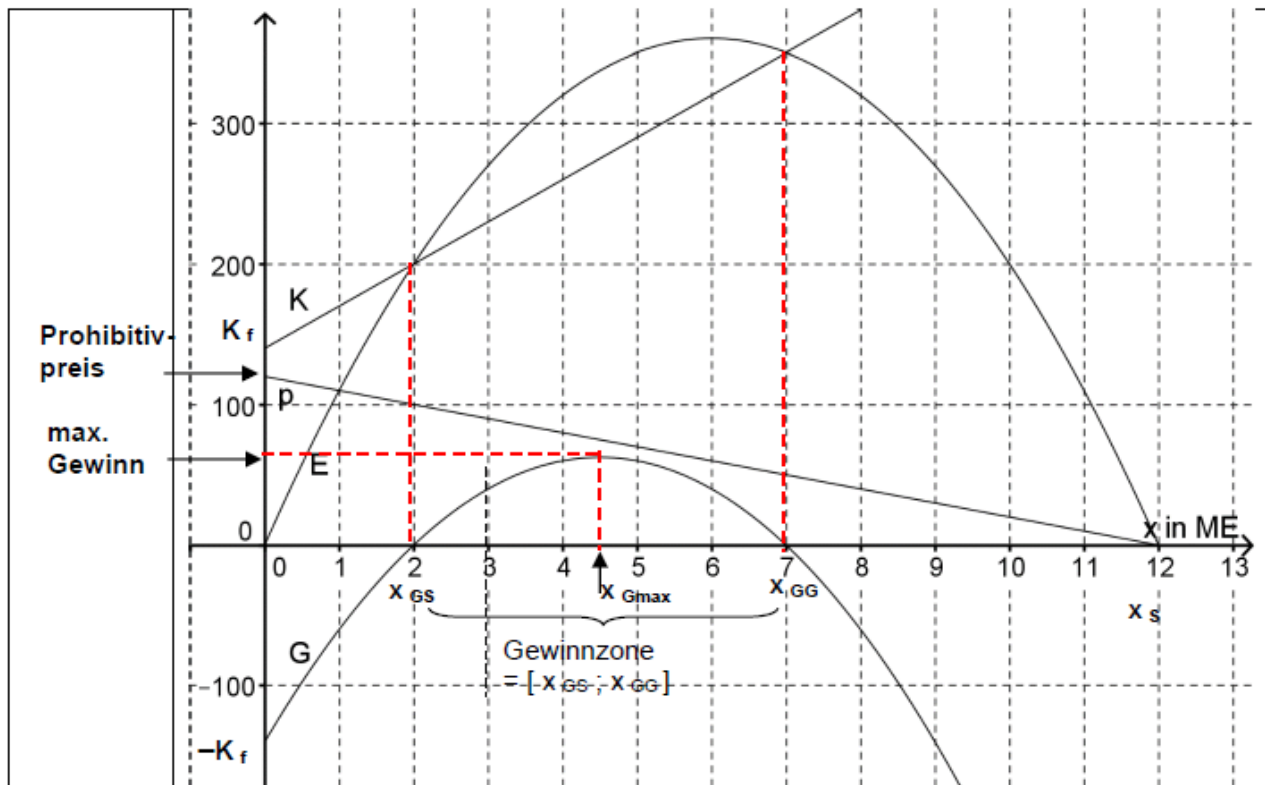
Das sind sogenannte Fixkosten – Kosten, die dem Unternehmen auch dann entstehen, wenn nichts produziert / verkauft wird.

Begriffe der Kostentheorie

		Einheit
x_{kap}	Kapazitätsgrenze Mehr kann das Unternehmen in einer Produktionsperiode (z.B. in einem Monat) nicht herstellen.	in ME im Beispiel oben nicht festgelegt. Sagen wir jetzt mal: $x_{kap} = 100$
$D_{ök}$	ökonomische Definitionsmenge ökonomisch: alle Ausbringungsmengen, die möglich sind mathematisch: die Definitionsmenge von E , K und G :	bezieht sich auf x , also auf ME $D_{ök} = [0; 100]$
$p(x)$	Preis ökonomisch: jede ME des Produkts wird für $p(x)$ GE/ME verkauft. mathematisch: lineare Funktion (fallend)	in GE/ME $p(x) = -10x + 120$
$p(0)$	Prohibitivpreis ökonomisch: der Preis, bei dem nichts verkauft wird. mathematisch: y-Achsenabschnitt von p	in GE/ME $p(0) = 120$
x_S	Sättigungsmenge ökonomisch: maximale Absatzmenge – so viel lässt sich nur absetzen, wenn man das Produkt verschenkt. mathematisch: Nullstelle von p	in GME $p(x) = 0$ $\Leftrightarrow -10x + 120 = 0$ $\Leftrightarrow -10x = -120$ $\Leftrightarrow x = 12$

		Einheit
k_v	variable Stückkosten ökonomisch: die Produktion einer ME kostet k_v GE/ME. mathematisch: Steigung der Funktion K	in GE/ME $k_v = 30$
K_f	Fixkosten ökonomisch: Kosten, die schon dann anfallen, wenn nichts produziert wird.	in GE
	mathematisch: y-Achsenabschnitt der Funktion K , also $K_f = K(0)$	$K_f = 140$
x_{GS} x_{GG} [$x_{GS}; x_{GG}$]	Gewinnschwelle, Gewinngrenze, Gewinnzone ökonomisch: Mengen, bei denen kein Gewinn, aber auch kein Verlust entsteht. mathematisch: Nullstellen von G , also Lösung von $G(x) = 0$	in ME $G(x) = 0$ $\Leftrightarrow x = 2 \text{ oder } x = 7$
x_{Gmax} $G(x_{Gmax})$	Gewinnmaximale Ausbringungsmenge und maximaler Gewinn	Bei quadratischen Funktionen: Mittelwert von x_{GS} und x_{GG} $x_{Gmax} = \frac{x_{GS} + x_{GG}}{2} = \frac{2 + 7}{2} = 4,5$ $G(x_{Gmax}) = G(4,5)$
$C(x_{Gmax} p(x_{Gmax}))$	Cournot'scher Punkt	$(4,5 G(4,5))$

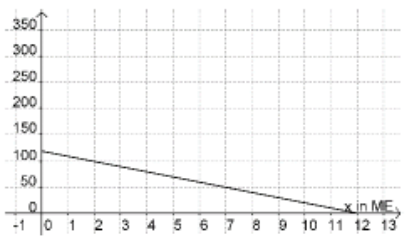
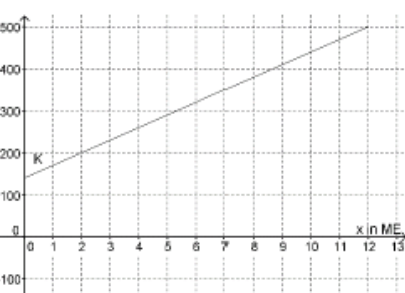
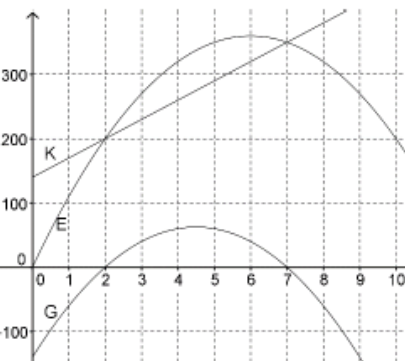
Graphische Darstellung



Es ist zu erkennen, dass die Erlösfunktion $E(x)$ bei 6 ME ein Maximum erreicht, jedoch die Gewinnfunktion $G(x)$ bei 4,5 ME ihr Maximum hat.

Wie erklären Sie sich diesen Zusammenhang?

Notizen:

<u>Preisabsatzfunktion</u> p	fallende lineare Funktion. $p(x) = mx + b$ Der <u>y-Achsenabschnitt</u> ist der <u>Prohibitivpreis</u>. Die <u>Sättigungsmenge</u> x_s ist die Nullstelle von p. Sie markiert zugleich die Grenze der <u>ökonomischen Definitionsmenge</u>. Alle zugehörigen Funktionen sind daher für x aus $D_{ök} = [0; x_s]$ definiert. p ist die einzige Funktion aus der Kostentheorie, die überall fällt. Der Betrag von m ist die Preissenkung, die nötig ist, um eine <u>ME</u> mehr verkaufen zu können.	$p(x) = -10x + 120$ 
<u>Erlösfunktion</u> E	quadratische Funktion mit <u>y-Achsenabschnitt</u> Null. $E(x) = p(x) \cdot x$ Der Graph der Erlösfunktion geht immer durch den Ursprung. Am Graph kann man sehen, ob es sich um eine <u>Polypolsituation</u> (Ursprungsgerade) oder um eine <u>Monopolsituation</u> (nach unten geöffnete Parabel durch den Ursprung). Am Graph rechts sieht man: Monopolsituation.	$E(x) = (-10x + 120) \cdot x$ $= -10x^2 + 120x$ 
<u>Kostenfunktion</u> K	Lineare Funktion, überall steigend (also <u>Steigung</u> > 0) <u>y-Achsenabschnitt</u> $K_f > 0$ (<u>Fixkosten</u>)	$K(x) = 30x + 140$ 
<u>Gewinnfunktion</u> G	$G(x) = E(x) - K(x).$ Quadratische Funktion mit dem <u>y-Achsenabschnitt</u> $(-K_f)$ und in der Regel zwei positiven Nullstellen (<u>Gewinnschwelle</u> x_{GS} und <u>Gewinngrenze</u> x_{GG}).	$G(x) = -10x^2 + 120x - (30x + 140)$ $= -10x^2 + 90x - 140$ 

Typische Aufgabenstellungen

(ohne Differentialrechnung – also 1. Semester)

Aufgabe 1

<u>Sättigungsmenge</u> oder <u>ökonomische Definitionsmenge</u> bestimmen im Fall eines <u>Monopols</u> (gegeben: Preisabsatzfunktion)	$p(x) = 0$
Bestimme die Sättigungsmenge und die ökonomische Definitionsmenge.	$p(x) = -10 \cdot x + 120 = 0 \quad -120$ $\Leftrightarrow -10 x = -120 \quad : (-10)$ $\Leftrightarrow x = 12$ Die Sättigungsmenge liegt bei 12 ME und der ökonomische Definitionsbereich ist $[0 ; 12]$

Aufgabe 2

<u>Erlösfunktion</u> aufstellen im Fall eines <u>Monopols</u> (Funktion p gegeben)	$E(x) = p(x) \cdot x$ $= (m x + b) \cdot x = m x^2 + b x$ (quadratisch, Parabel durch den Ursprung, nach unten geöffnet)
Stell die Gleichung der Erlösfunktion auf.	Gegeben: $p(x) = -10 x + 120$. $E(x) = (-10 x + 120) \cdot x$ $= -10 x^2 + 120 x$

Aufgabe 3

<u>Gewinnfunktion</u> aufstellen (wenn E und K gegeben)	$G(x) = E(x) - K(x)$ Achtung: Klammern um $K(x)$ setzen!
Stell die Gleichung der Gewinnfunktion auf.	$E(x) = -10 x^2 + 120 x,$ $K(x) = 30 x + 140$ $G(x)$ $= -10 x^2 + 120 x - (30 x + 140)$ $= -10 x^2 + 90 x - 140$

Aufgabe 4

WERTE BERECHNEN Kosten berechnen (bzw. Preis, Erlös oder Gewinn/Verlust) bei gegebener <u>Ausbringungsmenge</u> von x_0 ME.	Einsetzen: $K(x_0)$ (bzw. $E(x_0)$ oder $G(x_0)$)
<i>In der Produktionsperiode wurden 2 ME produziert und verkauft. Berechne den Erlös.</i>	$E(2) = -10 \cdot 4 + 120 \cdot 2 = 200.$ <i>Der Erlös beträgt 200 GE.</i>

Aufgabe 5

STELLEN BERECHNEN Ausbringungsmenge berechnen, wenn Preis, Kosten, Erlös oder Gewinn/Verlust von y_0 GE gegeben ist.	$K(x) = y_0$ lösen (bzw. $p(x) = y_0$ oder $E(x) = y_0$ oder $G(x) = y_0$) <i>Lösung der Gleichung je nachdem linear oder mit quadratischer Ergänzung / p-q-Formel</i>
<u>Gewinnschwelle</u> und <u>Gewinnngrenze</u> (x_{GS} und x_{GG} , Nullstellen von G)	$G(x) = 0$ (oder: $E(x) = K(x)$) <i>Lösung der Gleichung mit quadratischer Ergänzung.</i>

Aufgabe 6

<u>Gewinnzone</u> berechnen	$G(x) = 0$ (oder: $E(x) = K(x)$) $-10x^2 + 90x - 140 = 0$ $x^2 - 9x + 14 = 0$ $x=2$ oder $x=7$ <i>Die Gewinnschwelle liegt bei 2 ME, die Gewinnzone liegt bei 7 ME.</i> Gewinnzone: $[x_{GS}; x_{GG}]$
-----------------------------	---

Etwas schwieriger – aber weiterhin ohne Differentialrechnung also 1. Semester

Aufgabe 1a

<u>erlösmaximale Ausbringungsmenge</u> ($x_{E_{max}}$) bzw. maximalen Erlös berechnen im Fall des <u>Monopols</u> .	Sättigungsmenge (zweite Nullstelle der Erlösfunktion) berechnen und halbieren: $x_{E_{max}} = \frac{1}{2}x_S$ <u>maximaler Erlös:</u> Einsetzen in E : $E(x_{E_{max}})$
--	---

Beispiel zur erlösmaximalen Ausbringungsmenge

Gegeben: Eine Unternehmung ist in einer Monopolsituation. Dabei gilt:

$$p(x) = -0,25x + 3.$$

Gesucht sind die erlösmaximale Ausbringungsmenge und der maximale Erlös.

$$E(x) = p(x) \cdot x = -0,25x^2 + 3x.$$

Bei quadratischen Funktionen (, die Nullstellen haben,) liegt die lokale Extremstelle aus Symmetriegründen immer genau zwischen den Nullstellen – bei der Erlösfunktion also genau zwischen 0 und der anderen Nullstelle (übrigens der Sättigungsmenge).

Nebenbei bemerkt: gerade haben wir die Sättigungsgrenze bestimmt und damit auch die ökonomische Definitionsmenge $D_{ök} = [0; 12]$.

Die erlösmaximale Ausbringungsmenge ist genau die Mitte davon, also $x_{E_{max}} = 6$ [ME].

Der maximale Erlös liegt bei $E(6) = 9$ [GE].

Aufgabe 2a

<u>Gewinnmaximale Ausbringungsmenge</u> x_{Gmax} und maximalen Gewinn berechnen	<u>gewinnmaximale Ausbringungsmenge:</u> ist die x-Koordinate des Scheitelpunkts von G und liegt genau zwischen Gewinnschwelle und Gewinngrenze. $x_{Gmax} = \frac{x_{GS} - x_{GG}}{2}.$ <u>maximaler Gewinn:</u> Einsetzen in G : $G(x_{Gmax})$
--	---

Beispiel zur gewinnmaximalen Ausbringungsmenge

Gegeben sind:

$$p(x) = -0,5x + 4,5$$

$$K(x) = 1,5x + 4$$

gesucht ist:

die gewinnmaximale Ausbringungsmenge.

Auf dem Weg dahin werden die Gleichungen von E und G bestimmt sowie die Gewinnzone. Als Zugabe gibt es den maximalen Gewinn.

$$E(x) = p(x) \cdot x = -0,5x^2 + 4,5x$$

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

$$= -0,5x^2 + 4,5x - (1,5x + 4)$$

$$= -0,5x^2 + 3x - 4$$

Gewinnmaximierung ohne Differentialrechnung:

Gewinnzone:

$$G(x) = 0$$

(hier gelöst mit quadratischer Ergänzung)

$$\Leftrightarrow -0,5x^2 + 3x - 4 = 0 \quad | \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \quad | -8 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = -8 + 9 \quad | \text{Binom}$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 1 \quad | \pm\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 1 \vee x - 3 = -1 \quad | +3$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = 2$$

Die Gewinnzone ist $[2; 4]$

Da G quadratisch ist, liegt genau in der Mitte die gewinnmaximale Ausbringungsmenge, also $x_{Gmax} = 3$.

Der maximale Gewinn beträgt $G(3) = -0,5 \cdot 9 + 3 \cdot 3 - 4 = 0,5$ [GE].

Aufgabe 3a

Cournotscher Punkt im Fall des Monopols

Gewinnmaximierung (siehe oben)

Einsetzen in p : $p(x_{Gmax})$

Cournotscher Punkt: $(x_{Gmax} | p(x_{Gmax}))$

Beispiel zur Berechnung des Cournotscher Punktes

Gegeben sind:

$$p(x) = -0,5x + 4,5$$

$$K(x) = 1,5x + 4$$

gesucht ist:

der Cournotsche Punkt, also die gewinnmaximale Ausbringungsmenge und der dazugehörige Preis.

Auf dem Weg dahin werden die Gleichungen von E und G bestimmt sowie die Gewinnzone. Als Zugabe gibt es den maximalen Gewinn.

$$E(x) = p(x) \cdot x = -0,5x^2 + 4,5x$$

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

$$= -0,5x^2 + 4,5x - (1,5x + 4)$$

$$= -0,5x^2 + 3x - 4$$

Gewinnmaximierung ohne Differentialrechnung:

Gewinnzone:

$$G(x) = 0$$

(hier gelöst mit quadratischer Ergänzung – mit einem entsprechenden Taschenrechnerbefehl wie polysolv geht es schneller)

$$\Leftrightarrow -0,5x^2 + 3x - 4 = 0 \quad | \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \quad | -8 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = -8 + 9 \quad | \text{Binom}$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 1 \quad | \pm\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 1 \vee x - 3 = -1 \quad | +3$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = 2$$

Die Gewinnzone ist $[2; 4]$

Da G quadratisch ist, liegt genau in der Mitte die

gewinnmaximale Ausbringungsmenge, also $x_{G\max} = 3$.

Der gewinnmaximale Preis ist $p(3) = -0,5 \cdot 3 + 4,5 = 3$

Cournotscher Punkt: $C(3 | 3)$.

Der maximale Gewinn beträgt $G(3) = -0,5 \cdot 9 + 3 \cdot 3 - 4 = 0,5$ [GE].

Ökonomische Funktionen im Monopol bei linearer Kostenfunktion – Begriffe

© Dr.-Ing Heinz Juniel 2025

(überarbeitet und mit freundlicher Genehmigung von Herrn Frank Mergenthal)

a. Ausbringungsmenge

Ausbringungsmenge

Ausbringungsmenge [[Analysis](#), ökonomische Anwendungen]

Die **Menge** eines Produkts, die eine Unternehmung **herstellt** und **verkauft**. In der Kostentheorie – d.h. bei allen [Erlös-](#), [Kosten-](#) und [Gewinnfunktionen](#) – ist dies x .

Hinweis: Steht hinter einer Zahl in einer ökonomischen Anwendungsaufgabe die Einheit [ME](#), so kann es sich nur um die Ausbringungsmenge handeln und die Zahl muss folglich für x eingesetzt werden.

Bem.: Besonders wichtige Ausbringungsmengen sind [gewinnmaximale Ausbringungsmenge](#), [erlösmaximale Ausbringungsmenge](#), [Kapazitätsgrenze](#) und [Sättigungsmenge](#)

Erlös

Erlös / Erlösfunktion [[Analysis](#), ökonomische Anwendungen]

Mit „Erlös“ bezeichnet man die **Einnahmen** oder den Umsatz eines Unternehmens. Der Erlös hängt von der verkauften Menge x ab und wird mit $E(x)$ bezeichnet. Die Erlösfunktion E gibt also die Einnahmen in Abhängigkeit von der [Ausbringungsmenge](#) an. (Dabei ist die Ausbringungsmenge meist in [ME](#) angegeben ist und der Erlös meist in [GE](#)).

Bem. 1: : Der [Definitionsmenge](#) von E ist die [ökonomische Definitionsmenge](#) $D_{ök} = [0; x_{kap}]$. Man darf in E also alle Zahlen zwischen Null und der [Kapazitätsgrenze](#) einsetzen.

Bem. 2: $E(0) = 0$.

Klar: Wenn man nichts verkauft ($x = 0$), hat man auch keinen Erlös ($E(x) = 0$). Einem wird halt nichts geschenkt. Der [y-Achsenabschnitt](#) der Erlösfunktion ist also Null.

In der Schulmathematik geht man meist entweder von einem festen Marktpreis p aus (und nennt diesen Fall „[Polypol](#)“). Dann verwendet man eine lineare Erlösfunktion E mit

$$E(x) = p \cdot x.$$

Oder man geht davon aus, dass der Produzent die Absatzmenge erhöhen kann, indem er den Preis senkt. (Dieser Fall wird meist etwas formelhaft als „[Monopol](#)“ bezeichnet).

Dann hat kommt es auf die [Preisabsatzfunktion](#) p an, die den Zusammenhang zwischen Absatzmenge und Preis beschreibt.

Auf jeden Fall gilt

$$E(x) = p(x) \cdot x.$$

Betrachten wir nun 2 Fälle:

1. Sei $p(x)$ eine lineare Funktion
2. Sei $p(x)$ eine quadratische Funktion

1. Fall: Im Falle eines [Polypols](#) gilt: Die Erlösfunktion ist eine steigende lineare Funktion mit [y-Achsenabschnitt](#) 0. Ihr [Graph](#) ist ein [Ursprungsgeradenstück](#). Ist p der Preis, so lautet ihre Gleichung (wie schon gesagt):

$$E(x) = p \cdot x.$$

Beispiel 1 (Polypol): Ein Produkt wird für 14 GE/ME an den Handel abgegeben. Stellen Sie die Gleichung der Erlösfunktion auf. Die [Kapazitätsgrenze](#) liegt bei 1200 ME.

Lösung: $E(x) = 14x$, $x \in [0; 1200]$

Ein konkretes Beispiel: Man stelle sich ein Unternehmen vor, das Solarmodule für Spielzeug und Experimentierbaukästen produziert – also ein Zulieferer der Spielwarenindustrie. Jedes Modul ist gleich groß und wird für 14 €/Stück verkauft. Damit ist $p = 14$.

x ist dann die Anzahl der z.B. in einem Monat verkauften Solarmodule.

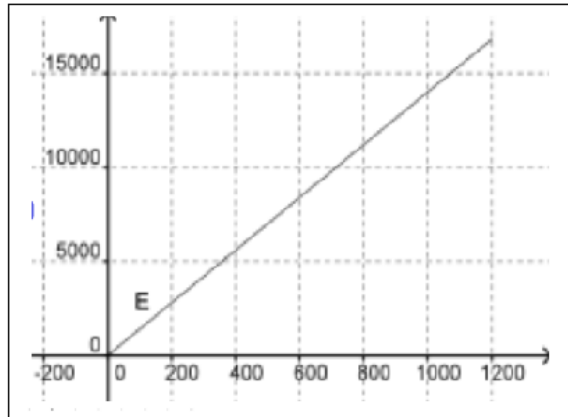
Werden z.B. in einem Monat 800 Solarmodule verkauft, so ist $x = 800$.

Bei einem Preis von 14 €/Stück nimmt das Unternehmen

$14 \cdot 800 \text{ €} = 11200 \text{ €}$ ein. Das nennt man nun den Erlös bei einer Ausbringungsmenge von 800 ME oder kürzer: $E(800)$.

Für jede Verkaufsmenge x gilt:

$$E(x) = 14x.$$



2. Fall: Im Falle eines [Monopols](#) gilt: Die Erlösfunktion ist eine quadratische Funktion mit [y-Achsenabschnitt](#) 0. Ihr Graph ist eine nach unten geöffnete [Parabel](#), die durch den Ursprung geht. Ist die Gleichung der [Preisabsatzfunktion](#) $p(x) = mx + b$ (wobei m negativ ist), so lautet die Gleichung der Erlösfunktion:

$$E(x) = p(x) \cdot x$$

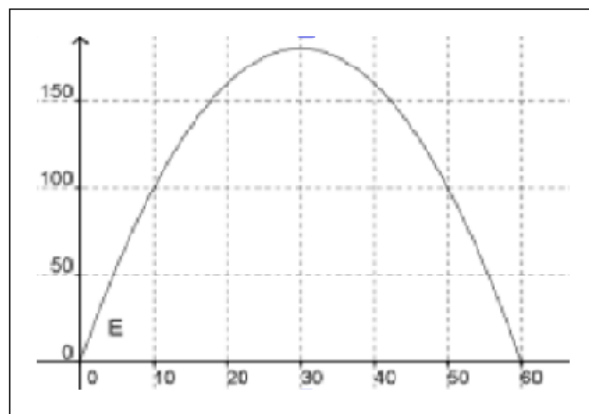
$$= (m \cdot x + b) \cdot x = m \cdot x^2 + b \cdot x.$$

Beispiel 2 (Monopol): Gehen Sie von der Preisabsatzfunktion p mit $p(x) = -0,2x + 12$ aus. Stellen Sie die Gleichung der Erlösfunktion auf.

Lösung: $E(x) = (-0,2x + 12) \cdot x = -0,2x^2 + 12x$.

Bem.: Eine quadratische Erlösfunktion hat zwei [Nullstellen](#): eine bei $x = 0$ und eine weitere im positiven Bereich. Dies ist die [Sättigungsmenge](#). Sie begrenzt die [ökonomische Definitionsmenge](#). Die [Sättigungsmenge](#) liegt in Bsp. 2 bei 60 ME.

Bem.: Die [erlösmaximale Ausbringungsmenge](#) liegt im Fall einer quadratischen Erlösfunktion aus Symmetriegründen immer bei der Hälfte der Sättigungsmenge. In Beispiel 2 also bei 30 ME.



So viel zum Erlös.

Wirtschaftlich entscheidend sind natürlich am Ende [Gewinn](#) bzw. Verlust.

Monopol

Monopol [Analysis, ökonomische Anwendungen]

Hier ist ein Angebotsmonopol gemeint – natürlich gibt es auch Nachfragemonopole, die spielen in den typischen mathematischen Anwendungen aber kaum eine Rolle.

Das Monopol ist eine Marktsituation, in der ein Produkt nur von einem Unternehmen angeboten wird. Das Unternehmen ist daher an keinen Marktpreis gebunden, sondern muss den Preis so festsetzen, dass der Gewinn maximal wird ([Cournot'scher Punkt](#)). Der Monopolist ist demnach ein Preisanpasser, im Gegensatz zum Polypolisten, der ein Mengenanpasser ist.

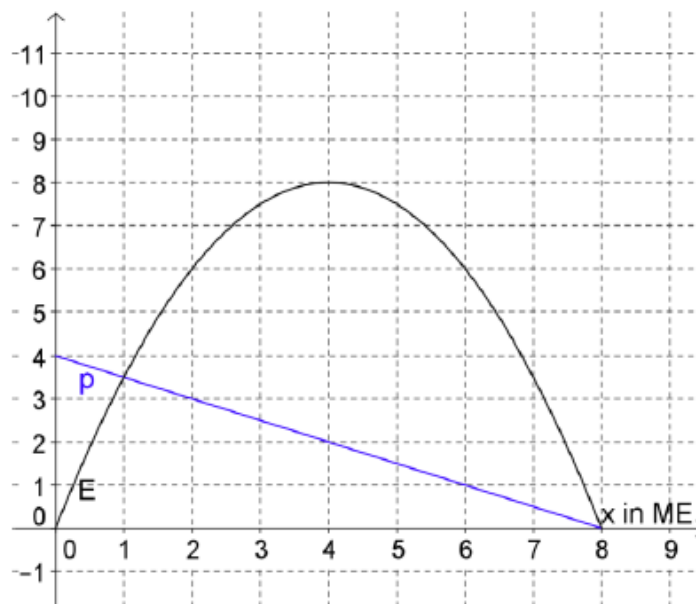
Geht man nun von einer linearen [Preisabsatzfunktion](#) aus, z.B.

$$p(x) = -0,5x + 4,$$

so erhält man die [Erlösfunktion](#), indem man diese Preisabsatzfunktion mit der Ausbringungsmenge malnimmt, also $E(x) = x \cdot p(x)$.

In unserem Fall ergibt sich also:

$$\begin{aligned} E(x) &= (-0,5x + 4) \cdot x \\ &= -0,5x^2 + 4x. \end{aligned}$$



Graphische Darstellung

Polypol

Polypol [[Analysis](#), ökonomische Anwendungen]

Hier: Angebotspolypol. Marktform, in der ein Produkt von vielen Unternehmen angeboten wird und jedes Unternehmen daher an den (Markt-)Preis p gebunden ist.

Die [Erlösfunktion](#) ist in diesem Fall [linear](#), ihr Graph eine [Ursprungsgerade](#).

Die Unternehmung kann den Preis für sein Produkt nicht frei wählen, sondern ist an den Marktpreis gebunden. Um seinen Gewinn zu erhöhen kann es im Wesentlichen versuchen, genug zu verkaufen (mehr als die [Gewinnschwelle](#)) und andererseits nicht zu viel zu verkaufen (also oberhalb der [Gewinngrenze](#) – so ein Problem dürften sich in der Praxis viele Firmen wünschen). Am besten wäre es, möglichst nahe an die [gewinnmaximale Ausbringungsmenge](#) zu kommen.

Kurz gesagt: Die Unternehmung ist daher ein Mengenanpasser und kein Preisanpasser.

Gegenbegriff: [Monopol](#). Weitere Unterscheidungen ([Oligopol](#)) spielen in der Schulmathematik keine Rolle.

Gewinn

Gewinn bzw. Gewinnfunktion [\[Analysis, ökonomische Anwendungen\]](#)

Man erhält den Term der Gewinnfunktion, indem man von der [Erlös-](#) die [Kosten](#)funktion abzieht:

$$G(x) = E(x) - K(x) .$$

Bem.: Die Definitionsmenge von G ist die [ökonomische Definitionsmenge](#)

$$D_{ök.} = [0 ; x_{kap}]$$

Beispiel 1 (lineare Kosten- und Erlösfunktion):

Gegeben sind $K(x) = 0,25x + 8$; $E(x) = 0,75x$.

Dann hat G die Gleichung

$$G(x) = 0,75x - (0,25x + 8) = \underline{0,5x - 8}$$

Achtung (häufiger Fehler): Bei dieser Subtraktion von $K(x)$ muss der Term der Kostenfunktion (oben: $0,25x + 8$) in Klammern gesetzt werden. Sonst zieht man nur die variablen Kosten vom Erlös ab und addiert die [Fixkosten](#) dazu, statt sie abzuziehen.

Beispiel 2 (Kostenfunktion vom Grad 3):

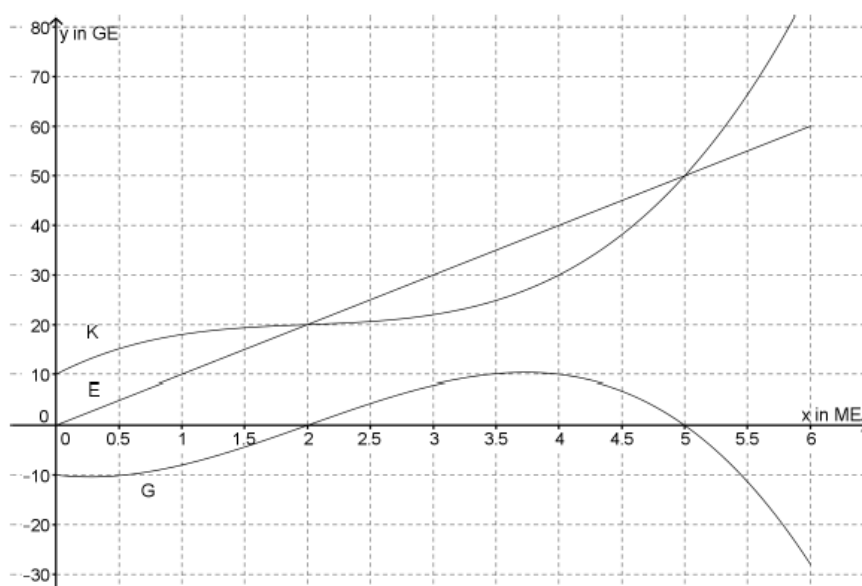
Die Gewinnfunktion ist kubisch (also vom Grad 3). Der Graph der Gewinnfunktion ist umgekehrt s-förmig.

Die Gesamtkostenfunktion K eines Unternehmens ist gegeben durch die Gleichung $K(x) = x^3 - 6x^2 + 13x + 10$.

Die Erlösfunktion E ist gegeben durch $E(x) = 10x$.

Dann ist die Gleichung der Gewinnfunktion:

$$\begin{aligned} G(x) &= E(x) - K(x) \\ &= 10x - (x^3 - 6x^2 + 13x + 10) = -x^3 + 6x^2 - 3x - 10 \end{aligned}$$



Beispiel 3 (ebenfalls Kostenfunktion vom Grad 3):

Die Gewinnfunktion ist kubisch (also vom Grad 3). Der Graph der Gewinnfunktion ist umgekehrt s-förmig.

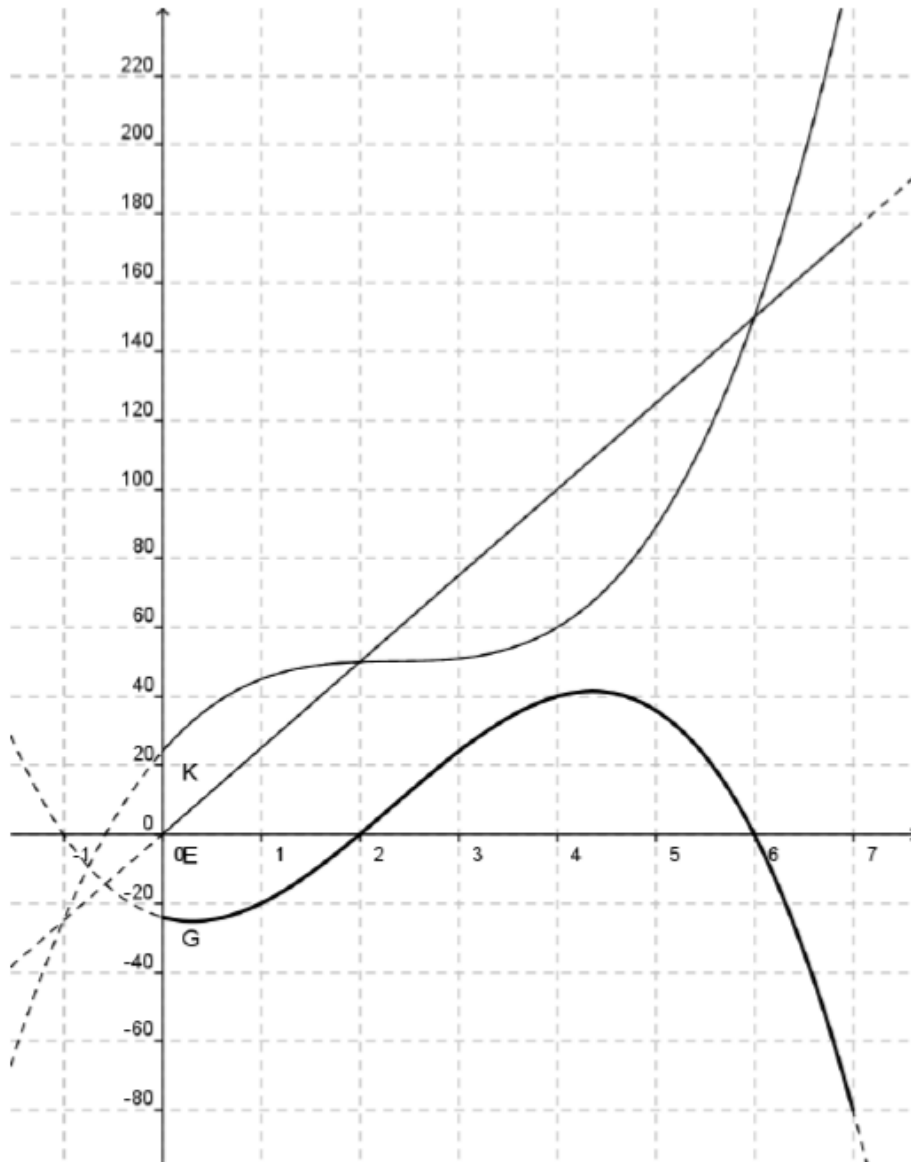
$$K(x) = 2x^3 - 14x^2 + 33x + 24$$

Der Preis liegt bei $26 \frac{GE}{ME}$, also gilt:

$$E(x) = 25x.$$

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

$$= 25x - (2x^3 - 14x^2 + 33x + 24) = -2x^3 + 14x^2 - 8x - 24$$



Graph: Am Graph liest man ab: Die Gewinnzone ist [2 ; 6]. Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge liegt zwischen 4 und 5 ME der maximale Gewinn knapp über 40 GE.

Mit Hilfe der Differentialrechnung werden wir im 2. Semester die gewinnmaximale Ausbringungsmenge bestimmen.