

Fach: Mathematik **Prüfungstag:** **Testklausur**
Arbeitszeit: 120 min
Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Einsprachiges Wörterbuch
Lehrgangsunterlagen Mathematik (keine Aufgabenlösungen)

Name:	Vorname:	Kurs:
-------	----------	-------

1. Aufgabe

12 Punkte

Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ und $M = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -5 & a & b \\ 3 & -3 & -3 \\ -a & 8 & 10 \end{pmatrix}$ $a, b \in \mathbb{R}$

Bestimmen Sie die reellen Zahlen a und b , so dass $M = A^{-1}$ gilt.
Führen Sie eine Probe durch

2. Aufgabe

12 Punkte

Bestimmen Sie die Matrix X als Lösung der folgenden Matrixgleichung

$$2A^T X + 3X = 2X - B$$

mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Aufgabe

6 Punkte

Bestimmen Sie den Wert der Determinante von $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 5 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

4. Aufgabe

15 Punkte

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 2 \\ -x_1 + 4x_2 + 5x_3 &= 4 \\ -2x_1 + 13x_2 + 18x_3 &= 18 \end{aligned}$$

- Untersuchen Sie die Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems, indem Sie den Rang der Koeffizientenmatrix und den Rang der erweiterten Koeffizientenmatrix angeben.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems.
- Ermitteln Sie eine spezielle Lösung des Gleichungssystems, für welche zusätzlich $x_1 + x_2 + x_3 = 2$ gilt.

5. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben ist $A = \begin{pmatrix} 1 & -a & 0 \\ -a & 1 & -a \\ 0 & -a & 1 \end{pmatrix}$. Für welche reellen Zahlen a existiert die Inverse A^{-1} ?

Berechnen Sie die inverse Matrix für $a = 1$.