

Grundlage

Partielle Ableitungen 1. Ordnung

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x} \quad f_y = \frac{\partial f}{\partial y}$$

Partielle Ableitungen 2. Ordnung

$$f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

$$f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad f_{yx} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

Beispiel:

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x, y) = 2x^2 + xy + y^2$.

Zunächst berechnen wir die partiellen Ableitungsfunktionen 1. Ordnung:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 4x + y \quad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = x + 2y$$

Nun leiten wir diese ein weiteres Mal ab und erhalten dadurch die partiellen Ableitungsfunktionen 2. Ordnung:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} = 4 \quad \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x} = 1 = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} \quad \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = 2$$

Definition:

GRTS

GRTS steht in der Betriebswirtschaftslehre (BWL) und Mikroökonomie für die

Grenzrate der technischen Substitution

Hier sind die wichtigsten Aspekte:

- **Definition:** Die GRTS gibt an, in welchem Verhältnis ein Produktionsfaktor (z.B. Arbeit) durch einen anderen Produktionsfaktor (z.B. Kapital) ersetzt werden kann, während die Produktionsmenge (der Output) konstant bleibt.
- **Funktion:** Sie beschreibt die Steigung der Isoquante in einem Produktionsmodell.

):

Skript BWL

Beispiel:

Grenzprodukte berechnen

PRODUKTIONSFAKTOREN

☹️ wo kommen denn die Grenzprodukte her???

Grenzprodukte berechnen

Produktionsfunktion:

$$Q = L^{0,5} \cdot K^{0,5}$$

Grenzprodukt der Arbeit:

$$GP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 0,5 \cdot L^{-0,5} \cdot K^{0,5}$$

Grenzprodukt des Kapitals:

$$GP_K = 0,5 \cdot L^{0,5} \cdot K^{-0,5}$$

Hinweis: der Term $\frac{\partial Q}{\partial L}$ bedeutet die partielle Ableitung nach beiden Parametern.

Wir werden das (kurz) im Mathematikunterricht ansprechen, wenn wir die Differentialrechnung behandeln.